Q_4 : déterminer l'équation cartésienne de P :
(vecteur normal)

soit $\vec{n}$ la normal à P $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{n} = \vec{i} \wedge \vec{v}}$

P de normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ $\boxed{P : ax+by+cz+d = 0}$

exemple : déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) :

soit $\vec{n}$ la normal à (ABC) : $\vec{n} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

donc (ABC) $2x+2y+2z+d = 0$.

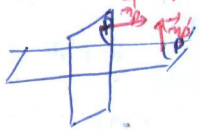
$A(2,0,-1) \in (ABC) \Leftrightarrow 4-2+d=0 \Leftrightarrow \boxed{d=-2}$

donc (ABC) : $2x+2y+2z-2=0$

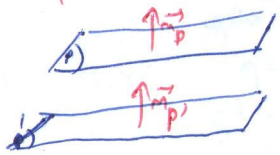
$\boxed{(ABC) : x+y+z-1=0}$

méthodes :

→ pour mq $P \perp P' \Leftrightarrow \vec{n_P} \perp \vec{n_{P'}} \Leftrightarrow \vec{n_P} \cdot \vec{n_{P'}} = 0$



→ pour mq $P \parallel P' \Leftrightarrow \vec{n_P} // \vec{n_{P'}} \Leftrightarrow \vec{n_P} = \alpha \vec{n_{P'}}$



Q_5 : déterminer la distance entre A et un plan P :

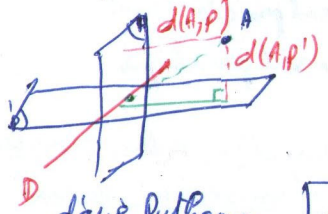
$A(x_A, y_A, z_A)$; $P : ax+by+cz+d=0$

$$\boxed{d(A,P) = \frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$$

Astuce :

si $P \perp P'$: pour calculer $d(A,D)$

avec $D = P \cap P'$



d'après Pythagore : $\boxed{d^2(A,D) = d^2(A,P) + d^2(A,P')}$

Application :

soit $P_1 : 2x-y-z+5=0$

$P_2 : -2x+y-5z+15=0$

$A(1,-1,2)$

1°/ Mq $P_1 \perp P_2$

2°/ Calculer $d(A,P_1)$ et $d(A,P_2)$

3°/ soit $D = P_1 \cap P_2$

en déduire $d(A,D)$.

Rép :

1°/ soit $\vec{n_1}$ la normal à P_1

$\vec{n_2}$ " à P_2

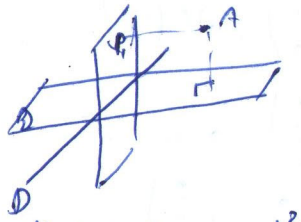
$\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} = -4-1+5 = 0$

donc $\vec{n_1} \perp \vec{n_2} \Rightarrow P_1 \perp P_2$.

2°/ $d(A,P_1) = \frac{|2+1-2+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$

$d(A,P_2) = \frac{|-2-1-10+15|}{\sqrt{(-2)^2+1^2+(-5)^2}} = \frac{2}{\sqrt{30}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

3°/



d'après Pythagore : $d^2(A,D) = d^2(A,P_1) + d^2(A,P_2)$

$d(A,D) = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{6+\frac{1}{5}}$

$= \sqrt{\frac{31}{5}}$

B.M Taki Eddine
23.390.218